# PERTEMUAN 12

## TEKNIK NUMERIK UNTUK PENYELESAIAN INTEGRAL (INTEGRASI NUMERIK) (2)

### TUJUAN PRAKTIKUM

Mahasiswa mampu menerapkan teknik-teknik penyelesaian integral menggunakan Program R.

### TEORI PENUNJANG

### Singularitas

Integrasi numerik akan sulit dilakukan jika fungsi tidak terdefenisi di x=t, dimana a < t <b. Misalnya dalam menghitung integrasi



Fungsi f(x) = cos x/ tidak terdefenisi di x = 0 (ujung bawah selang). Begitu juga perhitungan integrasi



Menggunakan h = 0.1, titik diskrit di x=1 tidak dapat dihitung sebab fungsi tidak terdefenisi di x=1. Fungsi yang tidak terdefenisi di x=t, untuk , dinamakan singular.

Singularitas harus dihilangkan dengan cara memanipulasi persamaan fungsi sedemikian sehingga ia tidak singularitas lagi.

**Contoh 1:**

Ubahlah fungsi integrasi berikut sehingga menjadi tidak singular lagi.



**Penyelesaian:**

Fungsi tidak terdefenisi di x=0.

Misalkan



Batas-batas selang integrasi juga berubah





Maka





 tidak singular lagi.

**Integrasi Ganda**

# Integral fungsi satu variable telah dibahas pada pertemuan 10. Intinya, pengintegralan dilakukan dengan cara membentuk partisi suatu luasan (bidang datar) yang kontinu dan terdefinisi pada suatu interval [a,b]. Selanjutnya masing-masing interval yang panjangnya Δxk , dengan konstanta k = 1, 2, 3, 4, ….n. dan dituliskan dengan bentuk umum:



Analog tersebut, digunakan untuk mendefinisikan integral fungsi dua variabel.

Misalkan fungsi z = f(x,y) didefinisikan pada suatu daerah tertutup R di bidang XOY. Selanjutnya daerah ini dibagi atas n buah subdaerah yang masing-masing luasnya A1 , A2 , A3 …… An

Dalam setiap subdaerah, pilih suatu titik Pk(xk, yk) dan bentuklah jumlah :



Jika jumlah subdaerah makin besar (n→~), maka integral ganda dua dari fungsi f(x,y) atas daerah R didefinisikan oleh:



Untuk menghitung integral ganda dua dapat digunakan integral berulang yang ditulis dalam bentuk :



Integral yang ada dalam kurung pada bentuk di atas harus diselesaikan terlebih dahulu dengan menganggap variabel y konstanta, selanjutnya hasilnya diintegral kembali terhadap y.

Misalkan integrasi dalam arah x dihitung dengan kaidah trapesium, dan integrasi dalam arah y dihitung dengan kaidah yang sama yaitu trapesium, maka

dengan Δ*x* adalah jarak antar titik dalam arah x, Δ*y* adalah jarak antar titik dalam arah *y*, *n* adalah jumlah titik diskrit dalam arah *x* dan *m* adalah jumlah titik diskrit dalam arah *y*.

**Contoh 2:**

Diberikan tabel f(x,y) sebgai berikut.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x\y | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 |
| 1.5 | 0.990 | 1.524 | 2.045 | 2.549 | 3.031 |
| 2.0 | 1.568 | 2.384 | 3.177 | 3.943 | 4.672 |
| 2.5 | 2.520 | 3.800 | 5.044 | 6.241 | 7.379 |
| 3.0 | 4.090 | 6.136 | 8.122 | 10.030 | 11.841 |

Hitunglah

**Penyelesaian:**

Misalkan,

Dalam arah *x* dan *y* digunakan kaidah trapesium, maka

* dalam arah *x* (*y* tetap)

y=0.2 :

y=0.3 :

y=0.4 :

y=0.5 :

y=0.6 :

* dalam arah *y*

Jadi,

**Contoh 3:**

Dari contoh 2, misal kita menggunakan kaidah trapesium dalam arah *x* dan kaidah Simpson dalam arah *y*. Tentukan integralnya.

**Penyelesaian:**

Dalam arah *x,* dilakukan hal yang sama dengan Contoh 2. Sedangkan dalam arah *y*:

Jadi,

### LAPORAN PENDAHULUAN

1. Mengapa fungsi singular harus dimanipulasi terlebih dahulu?
2. Bagaimana cara menghitung integral ganda?
3. Coba jelaskan lagi proses integrasi dengan trapseium dan Simpson!

### MATERI PRAKTIKUM

1. Singularitas dan Integrasi Ganda
2. Ubahlah bentuk berikut agar tidak singular lagi

1. Buatlah program menggunakan R untuk menyelesaikan contoh 2 dan 3.